مذاكرة الفصل الأول الدوام الصباحي
الرياضيات
الثالث الثانوي العلمي (٢٠٢٠ – ٢٠٢١)

الاسم:
الشعبة:
المدة: ثلاث ساعات

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية: **(٤٠ درجة لكل سؤال)**

السؤال الأول: ❶ . أوجد نهاية التابع $f\left(x\right)=\dfrac{\sin 5x}{x+\sin x}$ عند (0).

❷. أوجد نهاية التابع $f\left(x\right)=\dfrac{\sin\left(x-2\right)}{x^{2}-4}$ عند $(a=2)$.

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط: $A\left(-1,0,2\right)$, $B\left(0,0,1\right)$, $C\left(2,-1,1\right)$

d المستقيم المار من A و يقبل $\vec{u}\left(4,1,-2\right)$ شعاع توجيه له.

d' المستقيم المار من B و يقبل $\vec{v}\left(3,1,-1\right)$ شعاع توجيه له، و المطلوب:

❶. أثبت أنّ $d\ ,d'$ متقاطعان

❷. عيّن إحداثيات D التي تجعل $ABCD$ متوازي أضلاع

السؤال الثالث: أثبت أنّ العدد العقدي $(z_1=-2i)$ هو جذر للمعادلة :

$z^{2}-\left(1-3i\right)z-2-2i=0$ ، ثمّ أوجد الجذر الآخر (z_2)

السؤال الرابع: ادرس اطراد كل من المتتاليتين : $v_n=\dfrac{n!}{n^2}$, $u_n=\dfrac{3n}{2n+1}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: **(٦٠ درجة لكل تمرين)**

التمرين الأول:

بفرض C خط بياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f\left(x\right)=\sqrt{x^{2}-6x+10}$ ، و المطلوب:

❶. أوجد نهاية التابع f عند كل من $(+\infty)$ و $(-\infty)$

❷. اكتب التركيب $x^{2}-6x+10$ بالصيغة القانونية، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب Δ للخط C عند $+\infty$ ، و اكتب معادلته.

❸. ادرس وضع C بالنسبة لـ Δ .

التمرين الثاني:

ليكن العدد العقدي $z=(\dfrac{-4+4i}{\sqrt{2}})(\sqrt{3}-3i)$ ، و المطلوب :

❶. أثبت أن $|z|=8\sqrt{3}$. و أنّ $\arg\left(z\right)=\dfrac{5x}{12}$ ، ثم اكتب العدد z بالصيغة الأسية.

❷. اكتب z بالصيغة الجبرية ، و استنتج $\cos\dfrac{5\pi}{12}$.

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق : $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = 2u_n - 3$ ، و المطلوب:

❶. أثبت بالتدريج أن $u_n = 3 - 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي n.

❷. بفرض $(v_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق $v_n = u_n - 3$، أثبت أنها هندسية و عيّن أساسها.

❸. احسب المجموع: $S = v_2 + v_4 + v_6 + \dots\dots\dots + v_{20}$.

التمرين الرابع:

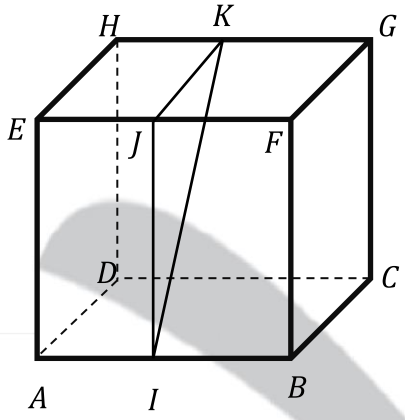
عيّن مجموعة الأعداد العقدية التي يكون من أجلها العدد $A = \frac{z+3i}{z-3i}$ حقيقياً، حيث $z \neq 3i$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي (2)

I منتصف $[AB]$ ، J منتصف $[EF]$، K منتصف $[HG]$

ولنختر المعلم المتجانس: $\left(A , \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$



❶. عين إحداثيات النقاط التي تمثل رؤوس المكعب

وإحداثيات النقاط K , J , I

❷. أثبت أن الأشعة: $\overrightarrow{JK} , \overrightarrow{IJ} , \overrightarrow{BG}$ مرتبطة خطياً

وماذا تستنتج بالنسبة للمستقيم (BG) مع المستوي (IJK)

❸. أثبت صحة المساواة الشعاعية: $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DH}\right) = \overrightarrow{CK}$

المسألة الثانية: ليكن التابع f المعرف على المجال $\mathrm{I} =]-1 , +\infty[$

وفق: $f(x) = \frac{x}{1+x}$ خطه البياني C ، و المطلوب:

❶. ابحث عن كل مقارب أفقي أو شاقولي لـ C .

❷. أوجد عدداً حقيقياً A يحقق أن $f(x) \in]0.9 , 1.1[$ أياً كان $x > A$.

❸. بفرض متتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق : $u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$.

① . أثبت أن $u_n > 0$ أياً كان العدد الطبيعي n .

② . بفرض $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق $v_n = \frac{1}{u_n}$، أثبت أنها متتالية حسابية، عيّن أساسها.

③ . اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم احسب عبارة u_n .

❖❖انتهت الأسئلة❖❖